



## 10. 통계(기본문제)

1.  $N = \sum_{i=1}^n f_i$ ,  $\bar{x} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^n x_i f_i$  이고  $a, b$ 가 상수일 때, 등식

$\frac{1}{N} \sum_{i=1}^n (ax_i + b)f_i = a\bar{x} + b$ 가 성립함을 증명하여라.

2. A, B 두 반의 학생 수는 각각  $n_1, n_2$ 명이고, 이 두 반의 수학 성적의 평균은 각각  $m_1, m_2$ 라 한다. 두 반을 합한  $n_1 + n_2$ 명의 수학 성적의 평균을 구하여라.

3. 변량  $x_1, x_2, \dots, x_{50}$ 에서 가평균을 80이라 할 때, 각 변량에서 가평균을 뺀 값들의 총합이 300이라 한다. 이 변량의 평균을 구하여라.



## 10. 통계(기본문제)

4. 변량  $x_1, x_2, \dots, x_n$ 의 도수가 각각  $f_1, f_2, \dots, f_n$ 이고, 이 변량의 평균이  $\bar{x}$ , 분산이  $s^2$ 이라 한다.  $f(x) = \sum_{i=1}^n (x_i - x)^2 f_i$ 를 최소로 하는  $x$ 의 값과 이 때의 최소값을 구하여라. (단,  $\sum_{i=1}^n f_i = N$ 이다.)

5. 1, 2, 3,  $\dots, n$ 의 평균과 분산을 구하여라.

6. 변량  $x_1, x_2, \dots, x_n$ 의 평균이  $m$ , 표준편차가  $\sigma$ 일 때, 변량

$$\frac{x_1 - m}{\sigma}, \frac{x_2 - m}{\sigma}, \dots, \frac{x_n - m}{\sigma} \text{의 평균과 표준편차를 구하여라.}$$

7. 두 개의 주사위를 동시에 던질 때, 나타나는 두 눈의 수의 합을  $X$ 라 하고,  $X$ 의 확률분포를 구하여라. 또, 확률  $P(2 \leq X \leq 4)$ 를 구하여라.



## 10. 통계(기본문제)

8. 연속확률변수  $X$ 가 취하는 값의 범위가  $0 \leq X \leq 1$ 이고, 확률밀도함수가  $f(x) = kx$ 일 때, 다음 물음에 답하여라. (단,  $k$ 는 상수)

(1)  $k$ 의 값을 구하여라.

(2)  $P\left(\frac{1}{3} \leq X \leq \frac{1}{2}\right)$ 의 값을 구하여라.

9. 연속확률변수  $X$ 가 취하는 값의 범위가  $0 \leq X \leq 2$ 이고, 확률밀도함수  $f(x)$ 가  $f(x) = \begin{cases} kx & (0 \leq x \leq 1) \\ -k(x-2) & (1 \leq x \leq 2) \end{cases}$ 와 같이 주어졌을 때, 다음 물음에 답하여라.

(1) 상수  $k$ 의 값을 구하여라.

(2)  $P\left(0 \leq X \leq \frac{1}{2}\right)$ 의 값을 구하여라.

10. 50원짜리 동전 두 개와 100원짜리 동전 한 개를 동시에 던져서 앞면이 나타내는 동전 금액의 합  $X$ 의 확률분포를 구하여라. 또, 확률변수  $X$ 의 평균, 분산, 표준편차를 구하여라.



## 10. 통계(기본문제)

11. 한 개의 주사위를 던져서 나오는 눈의 수를  $X$ 라고 할 때, 확률변수  $X$ 의 분산과 표준편차를 구하여라.
12. 연속확률변수  $X$ 의 확률밀도함수가  $f(x) = \frac{3}{4}(1-x^2)$  ( $-1 \leq X \leq 1$ )일 때,  $X$ 의 평균과 분산 및 표준편차를 구하여라.
13. 구간  $[0, 1]$ 의 임의의 값을 취하는 연속확률변수  $X$ 의 확률밀도함수가  $f(x) = kx^2$ 으로 주어졌을 때, 상수  $k$ 의 값과 평균 및 분산을 각각 구하여라.
14. 구간  $[a, b]$ 의 임의의 값을 취하는 연속확률변수  $X$ 의 확률밀도함수가  $f(x)$ 이고,  $E(X) = m$ 일 때,  $V(X) = \int_a^b x^2 f(x) dx - m^2$ 이 성립함을 증명하여라.



## 10. 통계(기본문제)

15. 연속확률변수  $X$ 의 평균, 표준편차가 각각  $m, \sigma$ 일 때,  $Z = \frac{X-m}{\sigma}$ 의 평균은 0, 분산은 1임을 증명하여라.

16. 다음 확률변수  $X$ 의 확률분포는 이항분포임을 보이고, 그것을  $B(n, p)$ 의 꼴로 나타내어라.

(1) 한 개의 주사위를 10회 던질 때, 5의 눈이 나오는 횟수  $X$

(2) 두 개의 동전을 동시에 던지는 시행을 8회 반복하여 두 개 모두 앞면이 나오는 횟수  $X$

(3) 위 (1), (2)에 대한 확률분포표를 만들어라.

17. 한 개의 주사위를 6회 던질 때, 2 이하의 눈이 나올 횟수를  $X$ 라 한다. 확률변수  $X$ 의 평균과 분산을 구하여라.



## 10. 통계(기본문제)

18. 흰 공 6개, 검은 공 4개가 들어 있는 주머니에서 3개의 공을 꺼낼 때, 그 속에 포함된 흰 공의 개수  $X$ 의 확률분포를 구하시오.
19. 세 개의 주사위를 동시에 던지는 시행을 300회 반복할 때, 다음  $X$ 의 평균과 표준편차를 구하여라.
- (1) 세 개 모두 3의 배수의 눈이 나오는 횟수  $X$
- (2) 두 개는 6의 눈, 한 개는 홀수의 눈이 나오는 횟수  $X$
20. 한 상자에 들어 있는 100개의 상품 중에 10개의 불량품이 들어 있다. 이 상자에서 임의의 2개를 동시에 꺼낼 때, 그 속에 들어 있는 불량품의 개수의 평균과 분산을 구하여라.



## 10. 통계(기본문제)

21. 이항분포  $B(n, p)$ 의 평균이 20, 분산이 16이라고 한다. 이 때,  $n$ 과  $p$ 의 값을 구하여라.

22. 확률변수  $X$ 가 정규분포  $N(30, 5^2)$ 에 따를 때, 확률  $P(26 \leq X \leq 40)$ 을 구하여라.

23. 확률변수  $X$ 가 정규분포  $N(13, 4^2)$ 에 따를 때, 다음 확률을 구하여라.

(1)  $P(7 \leq X \leq 19)$

(2)  $P(X \leq 20)$

(3)  $P(1 \leq X \leq 25)$

24. 주사위를 720번 던질 때, 1의 눈이 94번 이상 135번 이하로 나올 확률을 구하시오. (단, 표준정규분포표를 이용하시오.)



## 10. 통계(기본문제)

25.  $E(X) = m$ ,  $\sigma(X) = \sigma$ 인 변수  $X$ 의 분포에서  $E\left(\frac{X-m}{\sigma}\right)$ 과  $\sigma\left(\frac{X-m}{\sigma}\right)$ 을 구하시오.

26.  $X$ 의 확률분포가  $P(X=-1) = \frac{1}{6}$ ,  $P(X=1) = a$ ,  $P(X=2) = \frac{1}{3}$ 일 때,  $P(X^2=1)$ 의 값을 구하시오.

27. 모평균 10, 모분산 4인 모집단에서 크기 25인 표본을 복원 추출할 때, 그 표본평균  $\bar{X}$ 의 평균과 표준편차를 구하여라.

28. 전구를 대량 생산하고 있는 공장이 있다. 어느 날 생산된 전구 중에서 100개의 전구를 임의로 추출하여 수명을 조사한 결과가 평균이 1000시간, 표준편차가 50시간이었다.

(1) 신뢰도 95%로 모집단에서의 평균수명을 추정하여라.

(2) 신뢰도 99%로 모집단에서의 평균수명을 추정하여라.





## 10. 통계(기본문제)

29. 어떤 공장에서 생산된 제품 한 개의 무게의 표준편차는 5g이다. 모평균  $m$ 을 신뢰도 99%로 추정할 때, 그 신뢰구간의 폭을 0.3g 이하로 하려면 표본의 크기  $n$ 은 얼마로 하면 좋은가?
30. 표준편차가 2로 알려진 정규분포를 따르는 모집단의 평균에 대한 일정한 신뢰도의 신뢰구간을 표본평균을 이용하여 구하려고 한다. 표본의 크기가 16일 때, 신뢰구간의 길이가 2이다. 신뢰구간의 길이를 1로 하려면 표본의 크기는 얼마로 하여야 하는가?



## 10. 통계(기본문제)

《정답》

1. 해설참조

2.  $\frac{n_1 m_1 + n_2 m_2}{n_1 + n_2}$

3. 86

4.  $x = \bar{x}$  일 때, 최소값  $Ns^2$

5. 평균 :  $\bar{x} = \frac{n+1}{2}$ , 분산 :  $s^2 = \frac{n^2-1}{12}$

6. 평균 : 0, 표준편차 : 1

7.

X	2	3	4	5	6	7
P(X=x)	$\frac{1}{36}$	$\frac{2}{36}$	$\frac{3}{36}$	$\frac{4}{36}$	$\frac{5}{36}$	$\frac{6}{36}$
X	8	9	10	11	12	계
P(X=x)	$\frac{5}{36}$	$\frac{4}{36}$	$\frac{3}{36}$	$\frac{2}{36}$	$\frac{1}{36}$	1

$P(2 \leq X \leq 4) = \frac{1}{6}$

8.

(1)  $k = 2$

(2)  $P\left(\frac{1}{3} \leq X \leq \frac{1}{2}\right) = \frac{5}{36}$

9.

(1)  $k = 1$

(2)  $P(0 \leq X \leq \frac{1}{2}) = \frac{1}{8}$

10.  $E(X) = 100$ ,  $V(X) = 3750$ ,  $\sigma(X) = 25\sqrt{6}$

X	0	50	100	150	200
P(X=x)	$\frac{1}{8}$	$\frac{2}{8}$	$\frac{2}{8}$	$\frac{2}{8}$	$\frac{1}{8}$

11.  $E(X) = \frac{7}{2}$ ,  $V(X) = \frac{35}{12}$ ,  $\sigma(X) = \frac{1}{6}\sqrt{105}$

12.  $E(X) = 0$ ,  $V(X) = \frac{1}{5}$ ,  $\sigma(X) = \frac{\sqrt{5}}{5}$

13.  $k = 3$ ,  $E(X) = \frac{3}{4}$ ,  $V(X) = \frac{3}{80}$

14. 해설참조

15. 해설참조

16.

(1)  $B\left(10, \frac{1}{6}\right)$

(2)  $B\left(8, \frac{1}{4}\right)$

(3) 해설참조

17.  $E(X) = 2$ ,  $V(X) = \frac{4}{3}$

18.  $P(X=k) = \frac{{}_6C_k \times {}_4C_{3-k}}{{}_{10}C_3}$  ( $k = 0, 1, 2, 3$ )

19.

(1)  $m = \frac{100}{9}$ ,  $\sigma = \frac{10\sqrt{78}}{27}$

(2)  $m = \frac{25}{2}$ ,  $\sigma = \frac{5}{12}\sqrt{69}$

20.  $m = \frac{1}{5}$ ,  $\sigma^2 = \frac{9}{50}$

21.  $n = 100$ ,  $p = \frac{1}{5}$

22.  $P(26 \leq X \leq 40) = 0.7653$

23.

(1)  $P(7 \leq X \leq 19) = 0.8664$

(2)  $P(X \leq 20) = 0.9599$

(3)  $P(1 \leq X \leq 25) = 0.9974$

24. 0.9285

25. 0, 1

26.  $\frac{2}{3}$

27.  $E(\bar{X}) = 10$ ,  $\sigma(\bar{X}) = \frac{2}{5}$

28.

(1) [990.2, 1009.8]

(2) [987.1, 1012.9]

29. 7396 이상

30. 64

M  
A  
T  
H  
O  
L  
I  
C