

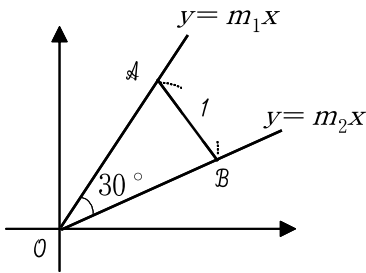
## 9. 삼각함수의 응용(심화문제)

1. 반지름이 4인 원에 내접하는  $\triangle ABC$ 에서  $2\sin(A+B)\sin C=1$  일 때  $C, c$ 의 값을 구하시오.

2.  $\triangle ABC$ 에서  $a=10, A=105^\circ, B=30^\circ$  일 때,  $\triangle ABC$ 의 넓이를 구하시오.

$$\left( \text{단, } \sin 75^\circ = \frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{4} \right)$$

3. 다음 그림과 같이 원점을 지나며  $30^\circ$ 의 각을 이루는 두 직선이 있다. 두 직선 위에  $\overline{AB}=1$ 을 만족하도록 두 점 A, B를 잡을 때, 선분 OB의 최대길이는?



- ①  $\sqrt{2}$       ②  $\sqrt{3}$       ③ 2      ④  $2\sqrt{2}$       ⑤  $2\sqrt{3}$

4. O 지점을 동시에 출발한 두 배 A, B는  $60^\circ$ 의 각도로 각각 매분 30m, 40m의 속력으로 달리고 있다. 10분 후의 두 배의 거리는 몇 m인가?

5. 서울의 어느 지점으로부터 50km 떨어진 인천의 한 지점에서 하늘에 떠있는 위성을 바라보니 서울과 인천에서 올려다본 각이 각각  $30^\circ, 45^\circ$  이었다. 지면과 위성사이의 거리는? (단, 위성은 서울과 인천 사이의 위에 있다.)

- ①  $25(\sqrt{3}-1)$       ②  $25(\sqrt{3}+1)$       ③  $\frac{25(\sqrt{3}-1)}{3}$   
 ④  $\frac{25(\sqrt{3}+1)}{3}$       ⑤  $\frac{35(\sqrt{3}+1)}{3}$

6.  $\triangle ABC$ 에서 대변의 길이가  $a=\sqrt{2}, b=2, c=\sqrt{3}+1$ 일 때, 세 각의 크기를 구하여라.

7.  $\triangle ABC$ 에서 다음 등식이 성립함을 증명하여라.

$$\frac{b-c}{a} = \frac{\cos C - \cos B}{1 + \cos A}$$

8.  $\triangle ABC$ 의 넓이를 S라고 할 때, 다음을 증명하여라.

$$S = \frac{a^2 \sin B \sin C}{2 \sin(B+C)}$$

9.  $\triangle ABC$  에서 조건  $a \cos A = b \cos B + c \cos C$  를 만족시키는 삼각형은 어떤 삼각형인가?

10. 다음 물음에 답하여라.

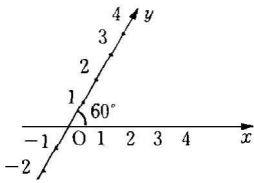
(1) 다음 삼각형을 풀어라.

(가)  $b=40$ ,  $c=20(\sqrt{3}+1)$ ,  $A=60^\circ$

(나)  $a=\sqrt{2}$ ,  $b=2$ ,  $c=1+\sqrt{3}$

(2)  $\triangle ABC$  에서  $a \cos A + b \cos B = c \cos C$  인 관계가 성립할 때,  $\triangle ABC$  는 어떤 삼각형인지 구하라.

11. 다음 그림과 같이 양의  $x$ 축과 양의  $y$ 축이  $60^\circ$ 의 각을 이루는 새로운 좌표평면을 생각하자. 이 좌표평면에서 두 점  $(3, -2)$ ,  $(5, 2)$ 사이의 거리를 구하시오.



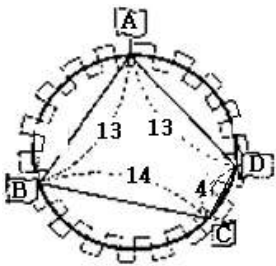
12. 사다리꼴  $ABCD$ 에서  $\overline{AD} \parallel \overline{BC}$ 이고  $\overline{AB}=3$ ,  $\overline{BC}=9$ ,  $\overline{CD}=4$ ,  $\overline{DA}=6$  이라 할 때, 대각선  $BD$ 의 길이는?

- ①  $\sqrt{47}$       ②  $4\sqrt{3}$       ③ 7      ④  $5\sqrt{2}$       ⑤  $\sqrt{51}$

13. 한 변의 길이가 2km인 정육각형 모양의 공원이 있다. 한 모퉁이에서 공원의 둘레를 따라 5km를 갔을 때, 출발점으로부터의 직선 거리는?

- ①  $\sqrt{13}$       ②  $\sqrt{14}$       ③  $\sqrt{15}$       ④  $\sqrt{16}$       ⑤  $\sqrt{17}$

14. 아래 그림과 같이 원모양의 성곽에 A, B, C, D의 문이 있다. 이들 문사이의 직선거리가 그림과 같이 13km, 14km, 4km, 13km일 때, A문과 C문 사이의 직선거리는?

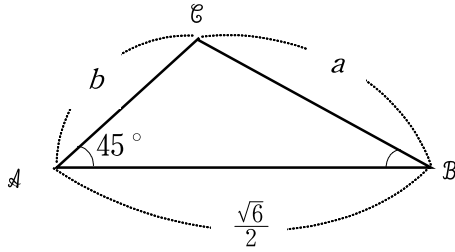


- ①  $6\sqrt{3}$       ② 13      ③ 15      ④ 16      ⑤  $8\sqrt{3}$

15.  $a, b, c$ 는 삼각형의 세 변의 길이고,  $(a+b+c)(a+b-c)=3ab$ 일 때, 길이가  $c$ 인 변과 마주보는 각의 크기는?

- ①  $15^\circ$       ②  $30^\circ$       ③  $45^\circ$       ④  $60^\circ$       ⑤  $150^\circ$

16. 다음 그림과 같이  $A = 45^\circ$ ,  $B = 30^\circ$ ,  $\overline{AB} = \frac{\sqrt{6}}{2}$  인 삼각형 ABC가 있다.



$\overline{BC} = a$ ,  $\overline{CA} = b$ 라 할 때, 다음 중  $a$ 와  $b$ 사이의 관계식으로 옳은 것은?

- ①  $\sqrt{2}a + \sqrt{3}b = 1$       ②  $\sqrt{3}a + \sqrt{2}b = 1$       ③  $\frac{a}{\sqrt{2}} + \frac{b}{\sqrt{3}} = 1$   
 ④  $\frac{a}{\sqrt{3}} + \frac{b}{\sqrt{2}} = 1$       ⑤  $\frac{\sqrt{3}a}{\sqrt{2}} + \frac{\sqrt{2}b}{\sqrt{3}} = 1$

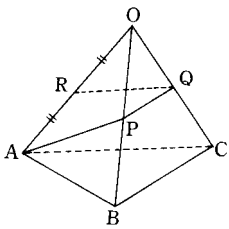
17. D는 삼각형 ABC의 변 CB 위의 점이고,  $\angle CAD = \angle DAB = 60^\circ$ ,  $\overline{AC} = 3$ ,  $\overline{AB} = 6$ 일 때,  $\overline{AD}$ 의 길이는?

- ① 2      ② 2.5      ③ 3      ④ 3.5      ⑤ 4

18. 세 변의 길이가 10, 24,  $x$ 인 삼각형이 예각삼각형이 될 때, 정수  $x$ 의 개수는?

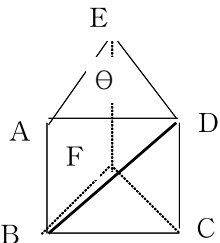
- ① 4      ② 5      ③ 6      ④ 7      ⑤ 8개 이상

19. 다음 그림과 같이 밑변이 정삼각형이고,  $\overline{OA} = \overline{OB} = \overline{OC} = 10$ ,  $\angle AOB = \angle BOC = \angle COA = 40^\circ$ 인 정삼각뿔이 있다. 점 A를 출발하여 P, Q를 거쳐  $\overline{OA}$ 의 중점 R에 이르는 최단 거리는?



- ①  $5\sqrt{7}$       ②  $10\sqrt{3}$       ③  $5\sqrt{3}$       ④ 10      ⑤  $25\sqrt{2}$

20. 다음 삼각기둥에서 두 정사각형 ABFE와 CDEF의 한 변의 길이는 1이다.  $\angle AED = \theta$ 일 때, 선분 BD의 길이를  $\theta$ 의 함수로 나타낸 것은?

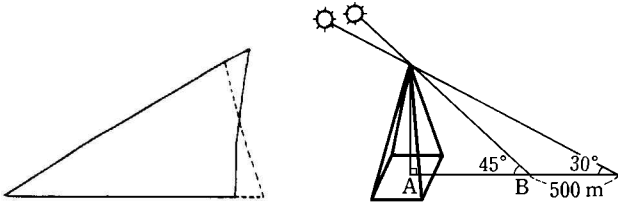


- ①  $\sqrt{3-2\cos\theta}$       ②  $\sqrt{3+2\cos\theta}$       ③  $\sqrt{3}$       ④  $\sqrt{3-2\sin\theta}$       ⑤  $\sqrt{3+2\sin\theta}$

21. 시속 60km 로 진행하는 버스의 창에 맞는 빗방울의 흔적이 연직 아래쪽에 대하여  $30^\circ$  경사져 있다. 비가 연직으로 내리고 있다고 할 때, 비의 낙하 속도는 시속 몇 km 인가?

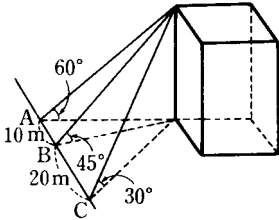
- ① 30km      ②  $30\sqrt{3}$ km      ③  $60\sqrt{3}$ km      ④  $75\sqrt{3}$ km      ⑤  $90\sqrt{3}$ km

22. 태양의 고도에 따른 그림자의 길이의 차를 이용하여 건물의 높이를 구하려고 한다. 태양의 고도가  $45^\circ$  와  $30^\circ$  일 때, 두 그림자의 길이의 차가 500m였다면 이 건물의 높이는 대략 얼마인가? (단,  $\sqrt{3} \approx 1.732$ )



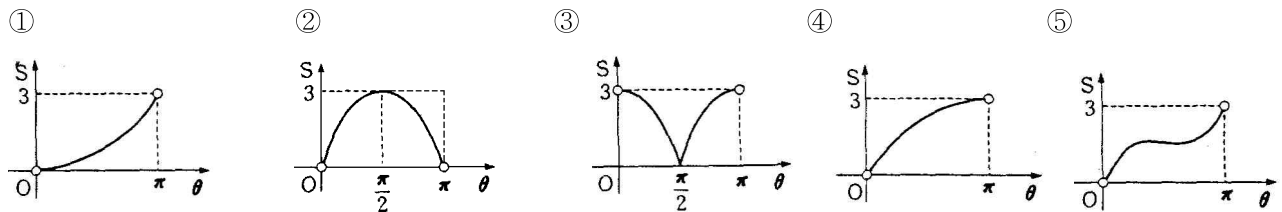
- ① 600m      ② 654m      ③ 683m      ④ 712m      ⑤ 740m

23. 아래쪽 그림과 같은 직육면체 모양의 건물이 있다. 평면 위의 일직선 위에 있는 세 점 A, B, C에서 이 건물의 꼭대기를 올려다 본 각의 크기는 각각  $60^\circ$ ,  $45^\circ$ ,  $30^\circ$  이고  $\overline{AB} = 10\text{m}$ ,  $\overline{BC} = 20\text{m}$  일 때, 건물의 높이를 구하면?



- ① 24m      ② 26m      ③ 28m      ④ 30m      ⑤ 32m

24.  $\triangle ABC$  에서  $\overline{AB} = 2$ ,  $\overline{BC} = 3$ ,  $\angle B = \theta$  이다. 이 때,  $\triangle ABC$  의 넓이를 S 라 하면  $\theta$  와 S 와의 관계를 그래프로 나타낸 것은?



25. 어느 삼각형의 외접원의 둘레가 삼각형의 꼭지점에 의하여 길이가 3, 4, 5인 3개의 호로 나뉘어질 때, 이 삼각형의 넓이는?

- ① 6      ②  $\frac{18}{\pi^2}$       ③  $\frac{9}{\pi^2}(\sqrt{3}-1)$       ④  $\frac{9}{\pi^2}(\sqrt{3}+1)$       ⑤  $\frac{9}{\pi^2}(\sqrt{3}+3)$

26.  $\triangle ABC$ 에서  $\overline{AB} = 2$ ,  $\overline{BC} = 3$ ,  $B = 60^\circ$  이고  $\overline{AC}$ 의 중점을 M이라 할 때,  $\overline{AM}$ ,  $\overline{BM}$ 의 길이를 구하여라.

27.  $\triangle ABC$ 의 넓이를  $S$ , 외접원의 반지름의 길이를  $R$ 라 할 때, 다음을 증명하여라.

(1)  $S = \frac{abc}{4R}$

(2)  $S = 2 R^2 \sin A \sin B \sin C$

28.  $\triangle ABC$ 에서 외접원과 내접원의 반지름이 길이를 각각  $R, r$ 라 할 때,  $\frac{\sin A + \sin B + \sin C}{\sin A \sin B \sin C}$ 의 값을  $R, r$ 로 나타내면?

①  $Rr$

②  $\frac{Rr}{2}$

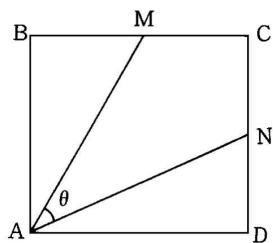
③  $\frac{r}{R}$

④  $\frac{2R}{r}$

⑤  $\frac{4r}{R}$

29.  $\overline{AB} = \sqrt{2}$ ,  $\overline{BC} = \sqrt{3} + 1$ ,  $\overline{CD} = 2$ ,  $\angle ABC = 45^\circ$ ,  $\angle BCD = 75^\circ$ 인 사각형  $ABCD$ 의 넓이를 구하시오.

30.  $ABCD$ 는 정사각형이고,  $M, N$ 은 각각  $\overline{BC}$ ,  $\overline{DC}$ 의 중점이다.  $\angle MAN = \theta$ 라 할 때,  $\sin \theta$ 는?



①  $\frac{\sqrt{5}}{5}$

②  $\frac{3}{5}$

③  $\frac{\sqrt{10}}{5}$

④  $\frac{4}{5}$

⑤ 답 없음

《정답》

1.  $C = 45^\circ$ ,  $135^\circ$       $c = 4\sqrt{2}$
2.  $25(\sqrt{3}-1)$
3. ③
4.  $100\sqrt{13} \text{ m}$
5. ①
6.  $A = \frac{\pi}{6}$ ,  $B = \frac{\pi}{4}$ ,  $C = \frac{7}{12}\pi$
7. 해설참조
8. 해설참조
9.  $C = 90^\circ$  인 직각삼각형
10. (1) 풀이참조    (2)  $\overline{BC}$  또는  $\overline{CA}$  가 빗변인 직각삼각형
11.  $d = 2\sqrt{7}$
12. ③
13. ①
14. ③
15. ④
16. ③
17. ①
18. ①
19. ①
20. ①
21. ③
22. ③
23. ④
24. ②
25. ⑤
26.  $\overline{AM} = \frac{\sqrt{7}}{2}$ ,  $\overline{BM} = \frac{\sqrt{19}}{2}$
27. (1) 해설참조    (2) 해설참조
28. ④
29.  $\frac{\sqrt{3}+2\sqrt{2}+1}{2}$
30. ②